Variante 1 (Corrigé et Barème).

Exercice1 : 6pts

1. 2pts

```
function palin_ligne(var a :mat ; l :integer) :boolean ;
var j:integer; pal:boolean;
begin
j:=1; pal:=true;
while (j<n div 2) and pal do
if a[l,j]<>a[l,n-j+1] then pal:=false
else j:=j+1;
palin_ligne:=pal;
end ;
```

2. 2pts

```
function nbpalin_ligne(var a:mat):integer;
var i,s:integer;
begin
s:=0;
for i:= 1 to n do
if palin_ligne(a,i) then s:=s+1;
nbpalin:=s;
end;
```

3. 2pts

```
function nbpalin_colonne(var a:mat):integer;
procedure transposer (var a :mat) ;
var i,j:integer; x:char;
begin
for i:=1 to n do
for j:=i+1 to n do
begin
x:=a[i,j]; a[i,j]:=a[j,i], a[j,i]:=x;
end
end;
begin
transposer(a);
nbpalin_colonne:=nbpalin_ligne(a);
end;
```

Body Max Index. 1/2 Variante 1 (Corrigé et Barème)

```
Algorithme Quetelet
Declaration
Variable
      Age : Entier ;   (* ou bien  Age : 14 .. 64 ; *)
      P, T, BMI : reel ;
Debut
   lire ( Age , P , T ) ;
   BMI ← P/T² ;
   Si  A ≥ 19 et A ≤ 24  alors
      Diagnostic ( BMI , 19 , 24 ) ;
   Sinon
      Si  A ≤ 34   alors
         Diagnostic ( BMI , 20 , 25 ) ;
      Sinon
         Si  A ≤ 44  alors
            Diagnostic ( BMI , 21 , 26 ) ;
         Sinon
            Si  A ≤ 54   alors
               Diagnostic ( BMI , 22 , 27 ) ;
            Sinon
               Si  A ≤ 64   alors
                  Diagnostic ( BMI , 23 , 28 ) ;
               Sinon
                  ecrire ('Erreur : Age ne correspond pas au tableau') ;
               finsi
            finsi
         finsi
      finsi
   finsi
Fin
```

2pts

Body Max Index 2/2 Variante 1 (Corrigé et Barème

Procedure Diagnostic (BMI : reel ; a, b : Entier);

Debut

Si BMI < a alors

ecrire ('BMI = ', BMI, ' est trop bas');

Sinon

Si BMI ≤ b alors

ecrire ('BMI = ', BMI, ' est normal');

Sinon

ecrire ('BMI = ', BMI, ' est Trop élevé');

finsi

finsi

Fin

2pts

Exercice 1 : VARIANTE 01

$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$

$f(x,y,z) = (x+3y-2z\,,\ x-y+2z\,,\ 3x+2y+z)$.

① Montrons que f est linéaire.

$\forall\, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \ \forall (x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2) \in \mathbb{R}^3$.

$f\big(\alpha(x_1,y_1,z_1) + \beta(x_2,y_2,z_2)\big) = f(\alpha x_1+\beta x_2, \alpha y_1+\beta y_2, \alpha z_1+\beta z_2)$.

$= \big(\alpha x_1+\beta x_2+3(\alpha y_1+\beta y_2)-2(\alpha z_1+\beta z_2), (\alpha x_1+\beta x_2)-(\alpha y_1+\beta y_2)+2(\alpha z_1+\beta z_2), 3(\alpha x_1+\beta x_2)+2(\alpha y_1+\beta y_2)+(\alpha z_1+\beta z_2)\big)$

$= \big((\alpha x_1+3\alpha y_1-2\alpha z_1)+(\beta x_2+3\beta y_2-2\beta z_2), (\alpha x_1-\alpha y_1+2\alpha z_1)+(\beta x_2-\beta y_2+2\beta z_2), (3\alpha x_1+2\alpha y_1+\alpha z_1)+(3\beta x_2+2\beta y_2+\beta z_2)\big)$

$= (\alpha x_1+3\alpha y_1-2\alpha z_1, \alpha x_1-\alpha y_1+2\alpha z_1, 3\alpha x_1+2\alpha y_1+\alpha z_1) +$
$(\beta x_2+3\beta y_2-2\beta z_2, \beta x_2-\beta y_2+2\beta z_2, 3\beta x_2+2\beta y_2+\beta z_2)$ 0,5

$= \alpha(x_1+3y_1-2z_1, x_1-y_1+2z_1, 3x_1+2y_1+z_1)$
$+ \beta(x_2+3y_2-2z_2, x_2-y_2+2z_2, 3x_2+2y_2+z_2)$

$= \alpha f(x_1,y_1,z_1) + \beta f(x_2,y_2,z_2)$

D'où f est linéaire.

② $\operatorname{Ker} f = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ f(x,y,z) = 0_{\mathbb{R}^3}\}$.

$f(x,y,z) = 0_{\mathbb{R}^3} \Leftrightarrow (x+3y-2z, x-y+2z, 3x+2y+z) = (0,0,0)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3y-2z = 0 & \dots ① \\ x-y+2z = 0 & \dots ② \\ 3x+2y+z = 0 & \dots ③ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -x \\ y = z \end{cases}$.

$\operatorname{Ker} f = \{(x,-x,-x), x \in \mathbb{R}\} = \{x(1,-1,-1), x \in \mathbb{R}\}$. 1

$\Rightarrow \boxed{\dim \operatorname{Ker} f = 1}$ 0,25

Suite de l'exercice 1

$\mathrm{Im} f = \{ f(x,y,z) \ , \ x,y,z \in \mathbb{R}^3 \}$.

$= \{ (x+3y-2z \ , \ x-y+2z \ , \ 3x+2y+z) \ , \ x,y,z \in \mathbb{R}^3 \}$

$= \{ x(1,1,3) + y(3,-1,2) + z(-2,2,1) \ , \ x,y,z \in \mathbb{R}^3 \}$.

D'où $\mathrm{Im} f$ est engendré par les vecteurs : $(1,1,3)$, $(3,-1,2)$, $(-2,2,1)$

mais, il sont liées :

par exemple, on remarque que : $(1,1,3) = (3,-1,2) + (-2,2,1)$

D'où : $\mathrm{Im} f = \{ x+y(3,-1,2) + x+z(-2,2,1) \}$.

$\Rightarrow \mathrm{Im} f = \{ a(3,-1,2) + b(-2,2,1) \ , \ a,b \in \mathbb{R} \}$. (1)

$\Rightarrow \boxed{\dim \mathrm{Im} f = 2}$ (0,25)

(4) $\dim \mathrm{Im} f = 2 \Rightarrow rg(f) \neq 0 \Rightarrow f$ n'est pas surjective (0,5)

$\Rightarrow f$ n'est pas bijective $\Rightarrow M(f)$ n'est pas inversible.

(3) $f(1,0,0) = (1,1,3)$, $f(0,1,0) = (3,-1,2)$, $f(0,0,1) = (-2,2,1)$

D'où : $M(f) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (1)

(5) $P = \mathrm{Pass}(B, B') = M(Id_{\mathbb{R}^3}, B', B) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (1)

(6)
$$\begin{array}{ccccc} \mathbb{R}^3 & \xrightarrow{f} & \mathbb{R}^3 & \xrightarrow{Id_{\mathbb{R}^3}} & \mathbb{R}^3 \\ B & \xrightarrow[M(f,B,B)]{} & B & \xrightarrow[P^{-1}]{} & B' \end{array}$$

D'où : $M(f, B, B') = P^{-1} \times M(f, B, B)$.

$P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} & +\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ (0,75) $\Rightarrow M(f, B, B') = P^{-1} \times M$ (0,75)

$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 6 & -3 \\ 3 & -2 & 5 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

(2)

Corrigé de EX_2 « Variante 1

Soit $G = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x+2y+z=0\}$.

$(0,0,0) \in G \Rightarrow G \neq \phi$. (0,25)

Soit $\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{R}$, $\forall u_1, u_2 \in G$, Vérifions que : $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 \in G$. (0,5)

$u_1 = (x_1, y_1, z_1) \in G \Rightarrow x_1 + 2y_1 + z_1 = 0$. (0,25)

$u_2 = (x_2, y_2, z_2) \in G \Rightarrow x_2 + 2y_2 + z_2 = 0$. (0,25)

$$\begin{aligned}\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 &= \alpha_1 (x_1, y_1, z_1) + \alpha_2 (x_2, y_2, z_2) \\ &= (\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2, \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2) \\ &= (X, Y, Z).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}X + 2Y + Z &= (\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) + 2(\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2) + (\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2) \\ &= \alpha_1 (x_1 + 2y_1 + z_1) + \alpha_2 (x_2 + 2y_2 + z_2) \\ &= 0 + 0 = 0\end{aligned}$$ (0,25)

D'où : $(X, Y, Z) \in G$.

2/ Calcul de la dimension de G :

$(x, y, z) \in G$ ssi $x + 2y + z = 0$

d'où $x = -2y - z$

on a alors

$$G = \{ (-2y - z, y, z) , y, z \in \mathbb{R} \}$$
$$= \{ (-2y, y, 0) + (-z, 0, z) \,/\, z, y \in \mathbb{R} \}$$
$$= \{ y(-2, 1, 0) + z(-1, 0, 1) \mid y, z \in \mathbb{R} \}$$

donc les vecteurs $e_1 = (-2, 1, 0)$ et $e_2 = (-1, 0, 1)$ (0,75)

sont générateurs de G.

Vérifions que $\{e_1, e_2\}$ est libre.

Soit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que $\alpha e_1 + \beta e_2 = 0$

donc : $\alpha(-2, 1, 0) + \beta(-1, 0, 1) = 0$

$\Rightarrow (-2\alpha - \beta, \alpha, \beta) = 0$

$\Rightarrow \alpha = 0$ et $\beta = 0$. (0,5)

On conclut alors que $\{e_1, e_2\}$ est une base de G

donc $\dim_{\mathbb{R}} G = 2$. (0,25)